Lycée secondaire Bembla	*EXAMEN BAC BLANC*	*Lycée secondaire Bennane-Bodheur*
Mr : Yacoubi Hamda *Mr : Mbarek Jamel*	*Durée : 4h ************ 4ème Math*	*Mr : Bouhouch Ameur*

Exercice n°1: *(3pts)*

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Si $N=3^{2011}$, alors le chiffre des unités de N est:

   a) 3 b) 7 c) 9

2) Les solutions, dans $Z\times Z$, de l'équation: $17x-10y=1$ sont de la forme:

   a) $(3+17k,5+10k)$ b) $(17k,10k)$ c) $(3+10k,5+17k)$; $k\in Z$

3) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$, Soit f une similitude indirecte de rapport 2, de centre I d'affixe $1+i$ et d'axe (Δ): $y=x$ .Alors l'écriture complexe de f est:

   a) $z'=(1+i)\bar{z}-2$ b) $z'=2i\bar{z}-1-i$ c) $z'=2iz-1-i$

Exercice n°2: *(5pts)*

I) Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par: $g(x)=2(x\sqrt{x}-1)+\ln x$.

1) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
2) Calculer g(1) et donner le signe de g.

II) Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}+1-x$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f est dérivable et que $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ pour tout $x>0$.
2) Dresser le tableau de variation de f.
3) Montrer que la droite (D): $y=1-x$ est une asymptote à (C).
4) Tracer la courbe (C) et la droite (D).
5) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations: $x=1$ et $x=e$.

III) Pour tout $n\in IN^*$, on pose $I_n=\displaystyle\int^{e}\frac{(\ln t)^n}{\sqrt{t}}dt$.

1) Montrer que pour tout $n\in IN^*$, $I_{n+1}=2\sqrt{e}-2(n+1)I_n$.
2) Calculer I_2.(On pourra utiliser le résultat de la question II) 5))
3) Montrer que la suite (I_n) est décroissante.
4) Montrer que pour tout $n\in IN^*$, $0\le I_n\le\dfrac{\sqrt{e}}{n+1}$, et déduire que $\lim\limits_{n\to+\infty}(n.I_n)=\sqrt{e}$.

Exercice n°3: *(4pts)*

On considère, dans $Z\times Z$, l'équation $(E): 148x-97y=1$.

1) a) Vérifier que le couple (-19,-29) est une solution particulière de (E).
   b) Résoudre, dans $Z\times Z$, l'équation (E).
   c) Déterminer l'inverse de 97 modulo 148.
2) a) Vérifier que 149 est premier.
   b) Soit p un entier naturel non nul tel que $p\leq 148$. Montrer que $p^{148}\equiv 1[149]$.
3) Soit $a\in\{2,3,4,.........,148\}$, On pose $S(a)=1+a+a^2+.......+a^{147}$.
   a) Montrer que $a^{148}-(a-1)S(a)=1$.
   b) En déduire que a^{148} et (a-1) sont premiers entre eux.
   c) Montrer que 149 divise S(a).

Exercice n°4: *(3,5pts)*

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points A(3,1,0);B(-1,1,0);C(-1,2,-1) et I(1,0,-2).

1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P.
   b) Montrer qu'une équation cartésienne de P est: $y+z-1=0$.
   c) Calculer le volume du tétraèdre IABC.
2) Soit (S) la sphère de centre I et passant par A.
   a) Vérifier que B et C sont situés sur la sphère (S).
   b) Soit (ξ) le cercle circonscrit au triangle ABC.
   Déterminer le rayon r et les coordonnées du centre H de(ξ).
3) Soit le plan Q: $y+z+2=0$
   a) Montrer que Q est l'image de P par une homothétie de centre O dont on précisera le rapport.
   b) Vérifier que $I\in Q$. Caractériser, alors, $S\cap Q$.

Exercice n°5: *(4,5pts)*

On donne un triangle ABC tels que AB=2AC et $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})\equiv\frac{\pi}{2}(2\pi)$.

(la figure dans la page annexe est à compléter et à rendre)
Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC); $I=S_{(AC)}(H)$ et $J=S_{(AB)}(H)$.

1) Caractériser l'application $S_{(AB)}oS_{(AC)}$, En déduire que A=I*J.
2) Soit S la similitude directe telle que S(A)=B et S(C)= A.
   a) Déterminer le rapport et l'angle de S.
   b) Montrer que H est le centre de S.
   c) Montrer que S(I)=J.
3) On suppose que AC=1.On munit le plan d'un repère orthonormé direct $(A,\vec{i},\vec{j})$ tel que $\vec{j}=\overrightarrow{AC}$.
   a) Déterminer les affixes des points A,B et C.
   b) Donner la forme complexe de S et en déduire l'affixe de H est égal à $\frac{2}{5}+\frac{4}{5}i$.
4) Soit f la similitude indirecte tel que f(A)=B et f(C)=A.On désigne par Ω son centre.
   a) Montrer que $f=SoS_{(AC)}$.
   b) Déterminer fof(C) et fof(I), et en déduire que Ω est le point d'intersection des droites (BC) et (IJ).
   c) Déterminer et construire l'axe (Δ) de f.

Page annexe à compléter et à rendre avec votre copie

Nom: **Prénom:**